On examinera la convergence de la série $S(t)$ selon t, on appliquera ce résultat en $t=\frac{1}{2}$, puis on appliquera l'identité de Bessel-Parseval.

Question 12

Seulement pour les candidats de l'option génie électrique

(A) La série $S(t)$ converge pour tout t vers $f(t)$

(B) On a $\dfrac{\pi}{\sin(\pi a)}=\dfrac{1}{a}+\sum_{1}^{\infty}\dfrac{2a}{a^2-k^2}(-1)^k$

(C) On a $\int_0^1 f(t)^2dt=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sin(\pi a)}{4\pi a}$

(D) L'identité de Bessel-Parseval donne $\int_0^1 f(t)^2 dt=\sum_{0}^{\infty}a_k{}^2$

(E) On a $\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sin(2\pi a)}{4\pi a}=\dfrac{\sin^2(\pi a)}{\pi^2}\left(\dfrac{1}{a^2}+\sum_{k=1}^{+\infty}\dfrac{2a^2}{(a^2-k^2)^2}\right)$

Seulement pour les candidats des options génie informatique et génie civil

Soit E un espace vectoriel de dimension 3 sur $\mathbb{R}$ muni de la base $\mathcal{B}=(\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. Soit l'application linéaire $f:E\rightarrow E$ de matrice $\mathbf{A}=\begin{pmatrix}4 & -3 & 2\\ 6 & -5 & 4\\ 4 & -4 & 4\end{pmatrix}$ dans la base $\mathcal{B}$. On note $\mathbf{X}$ la matrice $\begin{pmatrix}x\\ y\\ z\end{pmatrix}$.

$\mathbf{I}$ est la matrice de l'application identique.

Question 13

Seulement pour les candidats des options génie informatique et génie civil

(A) Si $\mathbf{X}=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$ alors $\mathbf{AX}=\mathbf{X}$

(B) Le déterminant de $\mathbf{A}$ est nul.

(C) Le polynôme caractéristique de $\mathbf{A}$ est $P_{\mathbf{A}}(x)=-x^3+3x^2-2x+1$

(D) 2 est une valeur propre de $\mathbf{A}$

(E) Le système $\begin{cases}4r-3s+2t=0\\ 6r-5s+4t=0\\ 4r-4s+4t=0\end{cases}$ admet $(1,2,1)$ comme unique solution.