On se propose de résoudre le système différentiel (S) $\begin{cases} x'(t)=4x(t)-3y(t)+2z(t) \\ y'(t)=6x(t)-5y(t)+4z(t) \\ z'(t)=4x(t)-4y(t)+4z(t) \end{cases}$ qui peut s'écrire matriciellement $\mathbf{X}'(t)=\mathbf{A}\mathbf{X}(t)$ en posant $\mathbf{X}(t)=\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix}$, avec les conditions initiales

(CI) $\begin{cases} x(0)=3 \\ y(0)=5 \\ z(0)=3 \end{cases}$. On pose $\begin{cases} u(t)= x(t) -y(t) +z(t) \\ v(t)= 2x(t) -y(t) \\ w(t)=-2x(t)+2y(t)-z(t) \end{cases}$

Question 14

Seulement pour les candidats des options génie informatique et génie civil

(A) Si $(x(t),y(t),z(t))$ vérifient (S) alors $(u(t),v(t),w(t))$ vérifient $\begin{cases} u'(t)= 0 \\ v'(t)= v(t) \\ w'(t)=2w(t) \end{cases}$

(B) Si $(x(t),y(t),z(t))$ vérifient (S) et s'annulent pour $t=0$ alors pour tout réel t $(x(t),y(t),z(t))=(0,e^t-1,e^{2t}-1)$

(C) Si $(x(t),y(t),z(t))$ vérifient (S) et (CI) alors pour tout t on a $\begin{cases} u(t)=e^{2t} \\ v(t)=e^t \\ w(t)= 1 \end{cases}$

(D) L'unique solution de (S) avec les conditions initiales (CI) est $\begin{cases} x(t)= e^{2t}+e^t+1 \\ y(t)=2e^{2t}+e^t+2 \\ z(t)=2e^{2t} \quad +1 \end{cases}$

(E) En choisissant convenablement les conditions initiales, il est possible d'avoir une solution de (S) formée de trois fonctions constantes

---

Seulement pour les candidats de l'option génie mécanique.

On considère un espace affine euclidien de dimension 3 muni d'un repère orthonormé $\mathcal{R}=(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On note (Ox,Oy,Oz) les axes correspondants.

Dans cet espace, on considère l'ensemble D de représentation paramétrique $\begin{cases} x=1-t \\ y= t \\ z= 0 \end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$,

et l'ensemble Δ d'équation cartésienne $\begin{cases} y+z=2 \\ x \quad =0 \end{cases}$

Pour le paramètre α fixé P_α est le plan d'équation cartésienne $\alpha x+y+z=2$.